Medyczne Liceum Ogólnokształcące
przy Zespole Szkół Informatycznych
ul. Koszalińska 9
76-200 Słupsk

Matematyka Wedyjska

Opiekun: Agnieszka Kałuża – Horbaczewska

Autor: Elżbieta Rubaj

Streszczenie

W pracy opisuję pojęcie matematyki wedyjskiej oraz zastosowanie. We wstępie ukazuję ogólny plan pracy, jaki zakres działań obejmuje oraz zalety umiejętności posługiwania się tym odłamem nauki. Tłumaczę kto i kiedy odkrył matematykę wedyjską oraz na czym ona polega. Wyjaśniam krótko czym są wedy i sutry, kiedy powstały. Wymieniam polskie nazwy wszystkich 16 sutr. W kolejnym rozdziale przybliżam sylwetkę hinduskiego matematyka – Sri Bharati Krsna Tirthaji – autora 16 zasad. Opisuję kim był i w jaki sposób świat poznał tajemnicę matematyki wedyjskiej. W dalszej części zajmuję się opisaniem sutr w miarę moich możliwości oraz przypadków i różnych metod wykorzystywania sutr. Nazwa każdej z sutr podana jest w języku polskim, angielskim oraz hinduskim. Do każdego przykładu podaję dokładny opis rozwiązywania działań metodą wedyjską, by w jak najwyższym stopniu przybliżyć i wytłumaczyć schemat. Wszystkie schematy są mojego autorstwa, przyłożyłam wiele starań by je ułożyć w sposób prosty do zrozumienia i zapamiętania. W niektórych momentach referatu dołożyłam zadania również mojego autorstwa, by pokazać, że wiedza z tego zakresu się przydaję nawet w dzisiejszych czasach. W każdym opisie staram się używać języka zrozumiałego dla wszystkich. Żadne zdanie (pomijając nazwy sutr i cytatów)oraz żaden przykład nie został zaczerpnięty ze źródła i przepisany. Postarałam się o własne przykłady i pozwoliłąm sobie na opisanie wszystkiego swoimi słowami. Podczas pisania korzystałam z tylko z Internetu, ze stron polskich oraz zagranicznych. Ostatni rozdział to zakończenie referatu, moje przemyślenia i spostrzerzenia odnośnie tej pracy i poruszone kilka cytatów. Zapraszam do przeczytania mojego referatu.

Spis treści

1. Wstęp

Tematem mojej pracy jest matematyka wedyjska. Temat ten wybrałam ze względu na jego odmienność i dlatego, że jako pierwszy przykuł moją uwagę. Postanowiłam zagłębić się i odkryć tajemnice starożytnej matematyki, a owocem mojej ciężkiej pracy jest ten referat.

W kolejnych rozdziałach wytłumaczę czym jest matematyka wedyjska oraz na czym polega. Przedstawię osobę, która ją opracowała i opisała. Przybliżę zasady liczenia i rozwiązywania działań tą metodą oraz zastosowanie, czyli zalety umiejętnego posługiwania się wiedzą z zakresu matematyki wedyjskiej. Zasady są od siebie zależne i różnią się poziomem trudności. Gdy opanuje się pierwszą i powstanie problem trzeba przejść do kolejnej, by go rozwiązać. Zacznę od początku.

2. Co to jest matematyka wedyjska ?

Samo pojęcie matematyki jest na tyle obszerne, że nie istnieje jedna ogólna definicja. Uniemożliwia to jej znaczna ilość gałęzi. Jedną z nich jest właśnie matematyka wedyjska, opisana na wedach w starożytności. Została ponownie odkryta i zapisana w 16 sutrach w latach 1911 – 1918 przez hinduskiego matematyka Sri Bharati Krsna Tirthaji. Matematyka wedyjska polega na praktycznym rozwiązywaniu problemów arytmetycznych, algebraicznych, geometrycznych i trygonometrycznych. Dzięki niej można w pamięci podnosić większe liczby do kwadratu, mnożyć, konwertować ułamki zwykłe na dziesiętne, rozkładać wielomiany i wiele innych działań, których sposoby liczenia opisałam w kolejnych rozdziałach. A wszystko opiera się na czterech podstawowych zabiegach matematycznych: dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie. Osoby, które znają i biegle władają tą wiedzą, można z powodzeniem nazwać *ludzkim kalkulatorem*.

3. Wedy i sutry

Wedy to święte księgi hinduizmu. Stanowiły początkowo formę ustną. Dopiero później wszystko zebrano i zapisano. Powstanie manuskryptów określa się na 1500 – 300 p. n. e. Wedy stanowiły zbiór tekstów sanskryckich, które opisywały ówczesną wiedzę o świecie zarówno ludzi jak i bogów. Obszernością wyprzedza biblię sześciokrotnie. Poruszano w nich ważne kwestie filozoficzne, teologiczne oraz etyczne. Na ich podstawie Sri Bharati Krsna Tirthaji opisał 16 sutr obejmujących wiele gałęzi matematyki. Mianem sutr nazywa się krótkie aforyzmy lub mądrości napisany w zwięzły sposób. Każda z nich opisuje jednym, krótkim zdaniem ogólną zasadę działania. Choć na pozór brzmią może dziwnie i niezrozumiale, na cel postawiłam sobie rozszyfrowanie i zaprezentowanie ich.

Oto one:

I. Przez jeden więcej niż poprzednia.
II. Wszystkie od 9, ostatnia od 10.
III. Pionowo i na krzyż.
IV. Przenieś i zastosuj.
V. Jeżeli samuccaya jest taka sama to jest zerem.
VI. Gdy jedno jest stosunkiem inne jest zerem.
VII. Przez dodawanie i odejmowanie.
VIII. Przez dopełnienie lub jego brak.
IX. Rachunek różniczkowy.
X. Przez niedostatek.
XI. Specyficzny i ogólny.
XII. Reszta z ostatniej cyfry.
XIII. Ostatni i podwojony przedostatni.
XIV. Przez jeden mniej niż poprzedni.
XV. Produkt sumy.
XVI. Wszystkie mnożniki.

Dzięki tym zasadom, w starożytności każdy mógł bez problemu policzyć w głowie prawie wszystko.

4. Sri Bharati Krsna Tirthaj

Jest to hinduski matematyk (żył w latach 1884 – 1960), który w oparciu o wedy stworzył praktyczny spis w. w zasad (sutr) – podstawy matematyki wedyjskiej. Jego niezwykłe odkrycie odmieniło podejście do matematyki na całym świecie. Mimo to jego życie było poświęcone pomaganiu innym, sferze duchowej oraz odnalezieniu spokoju i harmonii. Swoją naukę głosił nie tylko w Indiach, ale również w Ameryce czy Wielkiej Brytanii. Początkowo napisał 16 tomów, w których opisał po jednej zasadzie. Niestety tomy zostały utracone. Obecnie istnieje książka *Vedic Mathematic*, którą napisał z pomocą swojego sekretarza, odtwarzając informację z pamięci, mimo złego stanu zdrowia. Książka została opublikowana po jego śmierci w 1965 roku.

1. Sri Bharati Krsna Tirthaj

5. Przez jeden więcej niż poprzednia

angielska nazwa: By one more than the one before
indyjska nazwa: Ekadhikena Purvena

Ta sutra ma kilka przypadków, które rozważę. Pierwszy z nich to podnoszenie liczb do kwadratu kończących się na 5. Zaczynam od oddzielenia cyfry jedności id reszty. Następnie oddzieloną część mnożę przez liczbę o jeden większą, a wynik spisuję. Kolejnym działaniem jest podniesienie liczby 5 (cyfra jednostek) do kwadratu. Żeby otrzymać wynik końcowy należy zestawić obydwa wyniki koło siebie.

<u>Przykład 1</u>:

25^2 — Potęga, o podstawie kończącej się 5

$2|5$ — Rozdzielam cyfrę dziesiątek od cyfry jedności.

Mnożę cyfrę dziesiątek przez jeden większą od niej i potęguję cyfrę jedności.

$6 \qquad 25$ — Wyniki iloczynów.

$\underbrace{6 \qquad 25}_{625}$ — Spisany wynik końcowy.

<u>Przykład 2:</u>

415^2 — Potęga, o podstawie kończącej się 5

$41|5$ — Rozdzielam cyfrę dziesiątek od cyfry jedności.

Mnożę liczbę złożoną z cyfry dziesiątek i setek przez jeden większą od niej i potęguję cyfrę jedności.

$1722 \qquad 25$ — Wyniki iloczynów.

$\underbrace{1722 \qquad 25}_{172225}$ — Spisany wynik końcowy.

Podnoszenie do kwadratu liczb trzycyfrowych wydaje się trudne. W kolejnych rozdziałach wytłumaczę, jak mnoży się inne liczby niż te, które kończą się na 5.

Drugi przypadek zastosowania tej sutry to mnożenie liczb dwucyfrowych typu gdzie y+z=10. Bardzo podobny system liczenia do poprzedniego, ponieważ podnoszenie do kwadratu liczb kończących się na 5 również można tu zakwalifikować. Najpierw oddzielam cyfrę dziesiątek od liczby jedności. Cyfrę dziesiątek mnożę przez liczbę o jeden większą, a cyfry jedności mnożę przez siebie. Analogicznie do pierwszej sutry zależnej, zestawiam razem obydwa wyniki iloczynu i otrzymałam wynik końcowy.

<u>Przykład 3:</u>

3|6
3|4 — Liczby xy i xz gdzie y+z=10

Rozdzielam cyfrę dziesiątek od cyfry jedności.

Mnożę cyfrę dziesiątek przez jeden większą od niej i mnożę ze sobą cyfry jedności.

12 24 — Wyniki iloczynów.

1224 — Spisany wynik końcowy.

❖ <u>Zadanie 1:</u> Dany jest kwadrat o boku 15cm. Dwa boki równoległe zwiększono o 12 cm każdy, a dwa pozostałe zwiększono o liczbę o wykładniku potęgi 3, a podstawie 2. Jak zmieniło się pole pierwszej figury ?

15 cm, 15 cm → 15 cm + 2^3cm, 15 cm + 12 cm

15×15=?

27×23=?

15×15=?		27×23=?
1×2=2	Mnoże cyfrę dziesiątek przez liczbę o jeden od niej większą.	2×3=6
5×5=25	Mnoże cyfry jedności przez siebie.	7×3=21
P = 225 cm^2	Zestawiam obydwa wyniki koło siebie.	P = 621 cm^2

621 cm^2 – 225 cm^2 = 396 cm^2

Odpowiedź: Pole pierwszej figury zwiększono o 396 cm^2.

Trzeci przypadek to rozwinięcia dziesiętne liczb o mianowniku z cyfrą jedności 9. Pierwszym krokiem jest oddzielenie cyfry dziesiątek z mianownika i zgodnie z zasadą dodajemy do niej jeden. Ta liczba będzie dzielnikiem. Zaczynam od podzielenia licznika przez dzielnik, który wcześniej przygotowałam wykonując działanie z resztą. Kolejne dzielne otrzymuję po przestawieniu liczb, wyrażających całości i reszty, miejscami. Wykonuje to dzielenie tyle razy, ile chcę otrzymać liczb po przecinku.

Przykład 4:

3÷2 = 1 r 1
11÷2 = 5 r 1
15÷2 = 7 r 1
17÷2 = 8 r 1
18÷2 = 9
9÷2 = 4 r 1
14÷2 = 7
7÷2 = 3 r 1
13÷2 = 6 r 1

Licznik dzielę przez liczbę o jeden większą niż cyfra dziesiątek w mianowniku.

Wykonuję dzielenie z resztą.

Zamieniam miejscami całość z resztą, by stworzyć dzielną i przepisuję na dół.

Robię to do uzyskania pożądanej dokładnoiści

Teraz należy po przecinku spisać wszystkie cyfry wyrażające całości. Rozwinięcie dziesiętne ułamka — to 0,157894736.

Przykład 5:

20÷5 = 4
4÷5 = 0 r 4
40÷5 = 8
8÷5 = 1 r 3
31÷5 = 6 r 1
16÷5 = 3 r 1
13÷5 = 2 r 3
32÷5 = 6 r 2
26÷5 = 5 r 1
15÷5 = 3

Licznik dzielę przez liczbę o jeden większą niż cyfra dziesiątek w mianowniku.

Wykonuję dzielenie z resztą.

Zamieniam miejscami całość z resztą, by stworzyć dzielną i przepisuję na dół.

Robię to do uzyskania pożądanej dokładnoiści

Rozwinięcie dziesiętne ułamka do dziesięciu liczb po przecinku wynosi 0,4081632653

6. Wszystkie od 9, ostatnia od 10

ang: All from 9 and the last from 10
ind: nikhilam navatashcaramam

Ta sutra mówi o odejmowaniu liczb od kolejnych naturalnych dodatnich potęg liczby 10. Można to uznać za pierwowzór odejmowania pisemnego. Tutaj chodzi tylko o to, żeby cyfre jedności odjemnika odjąć od 10, każdą kolejną od 9. Wynik czytam od końca.

Przykład 1:

100000 – 59348 = ? ← Różnica.

10-8=2 ← Odejmuję kolejno: cyfry jedności
9-4=5 ← Cyfry dziesiątek
9-3=6 ← Cyfry setek
9-9=0 ← Cyfry tysięcy
9-5=4 ← Cyfry dziesięciotysięczne

wynik róznicy zatem jest równy 40652

Przykład 2:

10000 – 23 = ? Różnica.
10000 - 0023 Uzupełniam wolne miejsca zerami.

10-3=7 Odejmuję kolejno: cyfry jedności
9-2=7 Cyfry dziesiątek
9-0=9 Cyfry setek
9-0=9 Cyfry tysięcy

wynik różnicy równy jest 9977

7. Pionowo i na krzyż.

ang: Vertically and crosswise
ind: Urdhva – tiryagbhyam

Ta sutra odnosi się do mnożenia liczb. Tutaj jest wiele różnych metod, a ja je opiszę. Pierwsza to mnożenie liczb <100. Tą metodą najlepiej mnożyć liczby bliskie 100. Pierwszym krokiem jest odjęcie obydwu czynników od liczby 100. Następnie od pierwszego czynnika odejmuję wynik różnicy z udziałem drugiego czynnika. Kolejnym krokiem jest pomnożenie obydwu wyników różnicy. Jeżeli liczba będzie miała więcej niż dwie cyfry, należy oddzielić liczbę złożoną z cyfr jedności i dziesiątek, a to co zostało dodać do pierwszego wyniku. Po zestawieniu wyników, otrzymuję wynik końcowy.

<u>Przykład 1:</u>

$\underline{88\times94}$ Iloczyn

$100 - 88 = 12$ Odejmuję pierwszy czynnik od 100

- ×

$100 - 94 = 6$ Odejmuję drugi czynnik od 100

$82\ |\ 72$ Wynik mnożenia obydwu wyników różnicy

Wynik odejmowania drugiego wyniku od pierwszego czynnika

Wynik: 8272

<u>Przykład 2:</u>

$\underline{72\times56}$ Iloczyn

$100 - 72 = 28$ Odejmuję pierwszy czynnik od 100

- ×

$100 - 56 = 44$ Odejmuję drugi czynnik od 100

$28\ |\ 1232$ Wynik mnożenia obydwu wyników różnicy

Wynik odejmowania drugiego wyniku od pierwszego czynnika.

$28 + 12|32$ Oddzielam dwie cyfry z lewej strony i dodaję do wyniku różnicy.

$40|32$

Wynik: 4032

Kolejna metoda to mnożenie liczb >100. Bardzo podobny sposób liczenia do tego powyżej. Pierwszym krokiem jest odjęcie od pierwszego czynnika liczby 100 i od drugiego czynnika również. Następnie do pierwszego czynnika dodaję wynik drugiej różnicy. Potem mnożę obydwa wyniki. Jeżeli wyjdzie liczba większa niż dwucyfrowa to zostawiam liczbę złożoną z cyfr jedności i dziesiątek, a nadmiar dodaję do pierwszego wyniku. Zestawiam obydwie otrzymane liczby i oto wynik końcowy.

Przykład 3:

$\underline{106\times120}$	Iloczyn
$106 - 100 = 6$	Odejmuję od pierwszego czynnika liczbę 100
$+ \quad \times$	
$120 - 100 = 20$	Odejmuję od drugiego czynnika liczbę 100
$126 \mid 120$	Wynik mnożenia obydwu wyników różnicy
$126 + 1 \mid 20$	Wynik dodawania pierwszego czynnika i drugiego wyniku.
$127 \mid 20$	Oddzielam cyfrę z lewej strony i dodaję do wyniku sumy.

Wynik: 12720

Trzecią sytuacją do wykorzystania sutry jest mnożenie wszystkich liczb dwucyfrowych. Pierwszy krok to pomnożenie cyfr dziesiątek. W drugim kroku tworzę sumę, w której pierwszym składnikiem będzie iloczyn cyfry dziesiątek pierwszej liczby z cyfrą jedności drugiej liczby, a drugim składnikiem iloczyn cyfry dziesiątek drugiej liczby z cyfrą jedności pierwszej liczby. Trzeci krok to pomnożenie cyfr jedności. Jeżeli w ostatnim kroku wyjdzie liczba dwucyfrowa, to cyfrę dziesiątek dodajemy do wyniku z kroku drugiego. Jeżeli w kroku drugim wyjdzie liczba dwu- lub trzycyfrowa to dodaję do wyniku z pierwszego kroku liczbę złożoną z cyrf dziesiątek i setek (lub tylko dziesiątek przy liczbie dwucyfrowej).

Przykład 4:

$\underline{28\times44}$ — Iloczyn

$$\begin{array}{ccc} 2 & & 8 \\ \times\downarrow & \times\ \times\ + & \downarrow\times \\ 4 & & 6 \end{array}$$

Mnożę obydwie cyfry dziesiątek.

Dodaję iloczyn cyfry dziesiątek jednej liczby z cyfrą jedności drugiej do iloczynu cyfry jedności pierwszej z cyfrą jedności drugiej

2×4	(2×6)+(8×4)	8×6
8	12+32	48
8	44+4	8
8+4	8	8
12	8	8

Mnożę obydwie cyfry jedności ze sobą.

Oddzielam ostatnie cyfry zaczynając od prawej strony, i dodaje po kolei w lewą stronę

Wynik: 1288

Kolejny sposób wykorzystania sutry do mnożenia dowolnych liczb dwucyfrowych jest mniej skomplikowany niż poprzedni. Od obydwu czynników odejmuje ich cyfry jedności, tak żeby powstała wielokrotność liczby 10. Następnie zapisuję sumę złożoną z czterech składników. Pierwszy to iloczyn liczb po odjęciu cyfr jedności; drugi to iloczyn pierwszej liczby (po odjęciu cyfr jedności) i cyfry jedności drugiej liczby; trzeci to odwrotność pierwszego (iloczyn drugiej liczby po odjęciu cyfry jedności i cyfry jedności drugiej liczby); ostatni składnik to iloczyn cyfr jedności. Schemat tej metody jest tak prosty, że większość osób szybko go zapamięta.

Przykład 5: $\underline{56 \times 37}$ Iloczyn

×	50	6
30	30×50	30×6
	+	
7	7×50	7×6

Mnożę obydwie cyfry dziesiątek powiększone 10 razy

Mnożę cyfrę jedości z powiększoną 10 razy cyfrą dziesiątek

Mnożę obydwie cyfry jedności ze sobą.

Dodaję wszystki wyniki iloczynów

56×37=1500+180+350+42=2072

Analogicznie do powyższego schematu można mnożyć wszystkie liczby o takiej samej ilości cyfr. Jednak wtedy poziom wzrasta, wychodzą długie liczby, które później trzeba dodać, lecz schemat pozostaje taki sam – każdy z każdym.

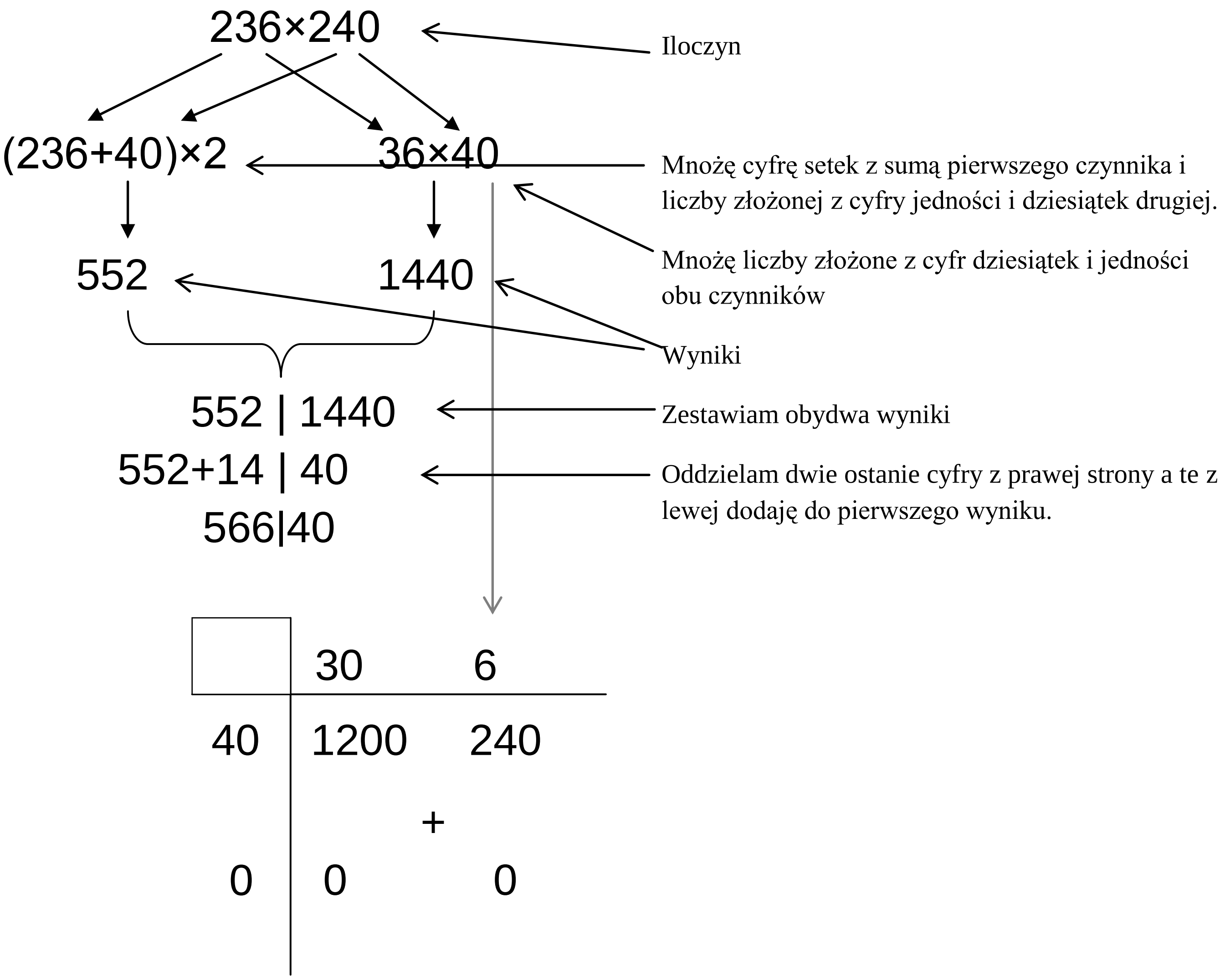
Przykład 6: $\underline{123 \times 456}$

	100	20	3
400	400×100	400×20	400×3
50	50×100	50×20	50×3
6	6×100	6×20	6×3

123×456=40000+8000+1200+5000+1000+150+600+120+18=56088

Przed ostatnia metoda wykorzystania tej sutry w obliczeniach, a ostatnia jeżeli chodzi o mnożenie liczb. Tym razem poruszę problem mnożenia liczb trzy cyfrowych, które mają taką samą cyfrę setek. Nieraz występują tu duże liczby, dlatego opisuję to jako ostatni przykład mnożenia, żeby nie stanowiło to dużego problemu. Zaczynam od pomnożenia sumy, składającej się z pierwszego czynnika i liczby złożonej z cyfr dziesiątek i jedności drugiego czynnika, przez cyfrę setek. W drugim działaniu mnożę przez siebie dwie liczby złożone z cyfr dziesiątek i jedności oby czynników. Jeżeli wynik będzie miał więcej niż dwie cyfry, to oddzielam dziesiątkę i jednostkę od reszty, którą dodaję do pierwszego wyniku. Teraz pokażę jak to jest w praktyce, wykorzystując tylko powyższe metody do uzyskania wyniku.

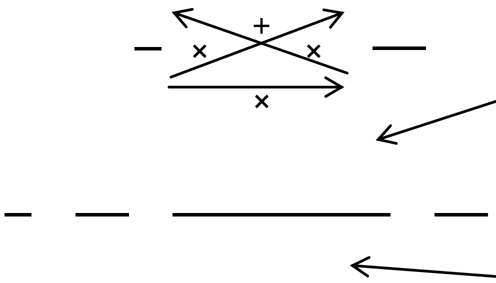
<u>Przykład 7:</u>



Wynik: 56640

Ostatni przykład kiedy mogę wykorzystać tą sutrę to dodawanie ułamków o różnych mianownikach. Rozwiązując zadania z ułamkami w dzisiejszych czasach, wykonujemy prawie to samo działanie. Dodając dwa ułamki zwykłe, posługuję się mnożeniem. W liczniku zapisuję sume iloczynów mianownika (z pierwszej liczby) z licznikiem (drugiej liczby) oraz mianownika (z drugiej liczby) z licznikiem (pierwszej liczby). W mianowniku zapisuję iloczyn mianowników pierwszej i drugiej liczby. Wymnażam wszystko i jeżeli mogę to skracam.

Przykład 8:



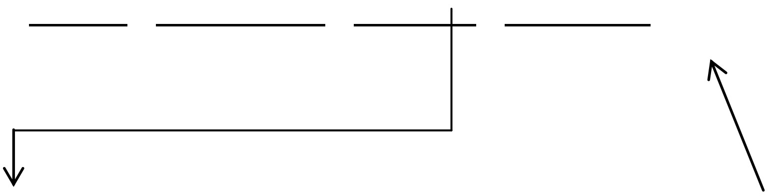
Suma iloczynów licznika pierwszego z drugim mianownikiem oraz drugiego licznika z pierwszym mianownikiem.

Iloczyn mianowników.

❖ Zadanie 2: Nowy samochód pana Nowaka kosztował 96 zł netto miesięcznie w 143 ratach z miesięcznym oprocentowaniem 3%. Oblicz ile wynosi pojedyncza rata wiedząc, że cena brutto jednej raty jest o 22% większa od ceny netto. Ile wynosi cała kwota, którą musi zapłacić?

96 zł – 100%

x – 125% ⟵ 125% = 122% cena brutto + 3% wysokość oprocentowania



Wysokość jednej raty brutto z oprocentowaniem.

$$\frac{9\quad 6}{2\quad 5}$$

9×2|(9×5)+(6×2)|6×5

18|57+3|0

18+6|0|0

2400

120×143 ⟵ Cały koszt samochodu

(120+43)×1 | 20×43

163 | 860

163+8 | 60

Odpowiedź: Wysokość jednej raty to 120 zł, a cała kwota, którą musi zapłacić pan Nowak równa jest 17160.

8. Przenieś i zastosuj.

ang: Transpose and apply.
ind: Paraavartya Yojayet

Teraz będę wykonywać rozkładanie wielomianu na czynniki. Poziom trudności wzrasta. Wytłumaczę na podstawie funkcji kwadratowej, ponieważ jest to dość skomplikowane. Przedstawię to krok po kroku.

Mam funkcję $3x^2-8x-3$ i sprowadzę ją do postaci iloczynu czynników liniowych przez $x-3$, gdzie x jest zmienną, a 3 stanowi pierwiastek równania kwadratowego.

Pierwszy krok to podzielenie pierwszego wyrazu przez x, więc otrzymam $3x^2 \div x=3x$. Następnie wynik mnożę przez 3 (tą z $x-3$), otrzymałam $9x$. Ze względu na to, że w powyższym równaniu też mamy liczbę przy której stoi x, należy je dodać nie zmieniając znaku z którym stoi. Suma, którą stworzyłam wygląda następująco $9x+(-8x)=x$ teraz dzielę przez x i otrzymuję 1. Kolejny krok to pomnożenie ostatniego wyniku przez 3 (tą z $x-3$) i dodanie ostatniego wyrazu z równania kwadratowego (bez zmieniania znaku, z którym stoi). Otrzymuję $1\times 3+(-3)=0$. To jest reszta, którą dopiszę po iloczynie czynników. Wszystkie potrzebne obliczenia zrobiłam, więc teraz mogę stworzyć iloczyn. Pierwszym czynnikiem jest suma liczb pierwszego i drugiego dzielenia przez x, czyli $3x+1$, zaś drugim wyjściowa różnica $x-3$.

Rozkład wielomianu na czynniki wygląda następująco $(3x+1)(x-3)+0$.

Nie ukrywam, sprawiło mi to trochę kłopotu, przy tłumaczeniu, ponieważ sama musiałam wszystko zrozumieć. Kolejne sutry nie są jednak, takie skomplikowane jak ta.

9. Jeżeli samuccaya jest ta samuccaya jest ta sama, to jest zerem.

ang: If the samuccaya is the same, it is zero
ind: Shunyam saamyasamuccaye

Piąta sutra zajmuje się obliczaniem wyrażeń zapisanych w postaci proporcji (ułamki zwykłe po dwóch stronach równania), gdzie obydwa liczniki i mianowniki posiadają wyrażenie z *x*. Samuccaya to słowo nieużywane na co dzień, oznacza sumę liczników i sumę mianowników oraz różnice iloczynów wyrazów skrajnych.

<u>Przykład1:</u>

$3x+8+5x+3=8x+11$
$3x+3+5x+8=8x+11$

Suma liczników i
Suma mianowników jest taka sama. (samuccaya jest ta sama)

$3x\times5x - 3x\times5x=0$

Różnica iloczynów wyrazów skrajnych równa zero.

$8x+11=0$

Samuccaya równa się zero.

$8x= -11 \ / \div8$

$x= -$

Obliczam *x*.

Podstawiam pod *x*, żeby sprawdzić czy się zgadza.

Podstawiam pod *x*

Wykonuję mnożenie i zamieniam liczby całkowite na ułamki niewłaściwe o mianowniku 8.

Sumy ułamków.

Dzielę ułamki, mnożąc przez odwrotność. Skracam liczby 8

Lewa strona=prawa strona

10. Gdy jedno jest stosunkiem, inne jest zerem.

ang: If the one is in ratio, the other is zero.
ind: Anurypye shunyamanyat.

Tutaj będę obliczać układy równań typu:

$$\begin{cases} ax+by=c \\ dx+ey=f, \end{cases}$$

które spełniają warunek *a/d=c/f* lub *b/e=c/f*, ale nie spełniają *a/d=b/e=c/f*. Jeżeli stosunek odnosi się do liczb stojących przy *y* to *x=0*, analogicznie, jeżeli stosunek odnosi się liczb stojących przy *x* to *y=0*. Służy to przede wszystkim do szybkiego rozwiązywania układów równań, jeżeli jest taka możliwość.

<u>Przykład 1:</u>

$$\begin{cases} 15x + 2y = 24 \\ 5x + 3y = 8 \end{cases}$$

Układ równań.

$$15/5=24/8$$

Stosunek liczb stojących przy *x*, jest równy stosunkowi wyniku.

$$\begin{cases} y=0 \\ 5x + 0 = 8 \end{cases}$$

Jeżeli stosunek jest przy *x*, to *y* równa się zero.

$$5x = 8 \ / \div 5$$

Postawiam pod *y* i obliczam *x*

$$\begin{cases} x=- \\ y=0 \end{cases}$$

Wynik układu równań

11. Przez dodawanie i odejmowanie.

ang: By addition and by subtraction.
ind: Sankalana-vyavakalanabhyam

Kolejna sutra ilustrująca rozwiązywanie układów równań. Tutaj muszą jednak spełnićinny warunek:

$$\begin{cases} ax-by=c \\ bx-ay=d \end{cases}$$

Rozwiązując ten układ, będę musiała stworzyć nowy. Pierwsze równanie to różnica sumy wyrazów z *x* i sumy wyrazów z *y*, które równa się sumie wyników. Drugie równanie to różnica różnicy wyrazów z *x* i różnicy wyrazów z *y*, które równa się różnicy wyników. Następnie skracam do możliwie najprostszej postaci. W ten sposób mogę bardzo szybko wyznaczyć *x* podstawić i policzyć *y*, jak w zwykłym równaniu, tyle że szybciej.

<u>Przykład 1:</u>

$$\begin{cases} 2x - y=8 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$$

Układ równań.

$$\begin{cases} (2x+x)-(y+2y)=15 \\ (2x-x)-(y-2y)=1 \end{cases}$$

Różnica sumy wyrazów z *x* i sumy wyrazów z *y*.

Różnica różnicy wyrazów z *x* i różnicy wyrazów z *y*.

Suma wyników.
Różnica wyników

$$\begin{cases} 3x-3y=15 \ / \div 3 \\ x+y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y=5 \\ x+y=1 \end{cases}$$

Obliczam obywie różnice i skracam do prostrzej postaci

$$\begin{cases} x=5+y \\ 5+y+y=1 \end{cases}$$

Wyznaczam x.

$$\begin{cases} y=-2 \\ x=3 \end{cases}$$

Wynik układu.

12. Przez niedostatek

Ang: By the deficiency
ind: Yaavadunam

Ta sutra pokazuje rozwiąznanie problemów dotyczących szybkiego podniesienia do potęgi liczb bliskich kolejnym potęgom o wykładniku dodatnim całkowitym liczby 10 (chociaż nie tylko tych bliskich, udowodnię to w przykładzie drugim tej sutry). Najpierw muszę ustalić ile brakuje liczbie do w.w potęg. W tym celu odejmuję od tej potęgi liczby 10 liczbę, którą podnoszę do kwadratu (obliczam niedostatek) Następnie od podstawy potęgi odejmuję niedostatek. Ostatnim działaniem jest podniesienie niedostatku do drugiej potęgi i gotowe. Jeżeli wyjdzie liczbą większa, niż dwucyfrowa to po prawej stronie zostawiam cyfrę dziesiątek i jedności, a liczbę złożoną z cyfry setek lub setek i tysięcy dodaję do pierwszego wyniku.

<u>Przykład 1:</u>

96^2 ← Liczba podniesiona do kwadratu.

$100 - 96 = 4$ ← Obliczam niedostatek.

$96 - 4$ ← Odejmuję niedostatek od podstawy potęgi.

Podnoszę niedostatek do kwadratu.

$92 \qquad 16$

Zestawiam obydwie liczby w wynik.

9216

<u>Przykład 2:</u>

25^2 Liczba podniesiona do kwadratu.

$100 - 25 = 75$ Obliczam niedostatek.

Odejmuję niedostatek od podstawy potęgi.

$25 - 75 \qquad 75\times75$

Podnoszę niedostatek do kwadratu

$-50 \qquad 5625$

Oddzielam cyfrę dziesiątek i jedności od reszty, którą dodaję do wyniku różnicy.

$-50 + 56|25$

$6\ |25$ Zestawiam obydwie liczby w wynik.

Wynik: 625

13. Specyficzny i ogólny.

ang: Specific and general
ind: Vyashtisamanshtih

W tej sutrze jest pokazany kolejny sposób mnożenia liczb dwucyfrowych. Mimo, że na polskich stroch nie udało mi się znaleźć informacji, znalazłam je za zagranicznej. Jedynym warunkiem, który muszą spełniać mnożna i mnożnik jest taka sama odległość od wielokrotności liczby 10. Na początku podnoszę do kwadratu wieloktrotność 10, do której zbliżone są obydwa mnożniki o tą samą odległość. Następnie podnoszę do drugiej potęgi liczbę wyrażającą tą odległość i odejmuję ją od pierwszego wyniku potęgowania.

<u>Przykład 1:</u>

$$93 \times 87$$

$$90^2 \qquad 3^2$$

$$8100 \quad - \quad 9 = 8091$$

Szukam wielokrotności liczby 10, która leży w takiej samej odległości od obydwu czynników (liczba bazowa) i podnoszę do drugiej potęgi.

Podnoszę do kwadratu liczbę, wyrażającą odległość do liczby bazowe i odejmują ją od potęgi drugiej liczby bazowej

<u>Przykład 2:</u>

$$58 \times 42$$

$$50^2 \qquad 8^2$$

$$2500 \quad - \quad 64 = 2436$$

Szukam wielokrotności liczby 10, która leży w takiej samej odległości od obydwu czynników (liczba bazowa) i podnoszę do drugiej potęgi.

Podnoszę do kwadratu liczbę, wyrażającą odległość do liczby bazowe i odejmują ją od potęgi drugiej liczby bazowej

14. Reszta ostatniej cyfry

ang: The remainders by the last digits
ind: Shesanyankena charamena

W tej sutrze można dowiedzieć się jak konwertować ułamki zwykłe na dziesiętne. Niestety po długich i nieudanych poszukiwaniach, mozolnych próbach rozpatrzenia innych przypadków, nie udało mi się znaleźć innej liczby niż z 7 w mianowniku. Pierwszą czynnością jaką wykonam to dopisanie zera po prawej stronie w liczniku. Następnie dzielę przez mianownik (dzielenie z resztą). Następną dzielną tworzę cyfry określającej resztę i dopisuję zero. Znów dzielę przez mianownik. Czynność tą wykonuję tyle razy ile potrzebuję, następnie mnożę wszystkie reszty przez mianownik. Wynik końcowy otrzymuję po spisaniu wszystkich cyfr jedności po przecinku.

<u>Przykład 1:</u>

20÷7 = 2 r 6
60÷7 = 8 r 4
40÷7 = 5 r 5
50÷7 = 7 r 1
10÷7 = 1 r 3
30÷7 = 4 r 2
20÷7 = 2 r 6

Dopisuję do licznika „0”

Wykonuję dzielenie z resztą

Jako kolejną dzielną biorę liczbę wyrażającą resztę z dopisanym zerem.

Wykonuję tyle razy, ile chcę trzymać liczb po przecinku.

6×7 = 42
4×7 = 28
5×7 = 35
1×7 = 7
3×7 = 21
2×7 = 14
6×2 = 72

Mnożę każdą liczbę wyrażającą reszte przez mianownik ułamka

Spisuję od góry cyfry jedności po przecinku. Rozwinięcie dziesiętne zatem wynosi 0,2857142

15. Przez jeden mniej niż poprzednia.

ang: By one less than the one before.
ind: Ekanynena purvena.

Teraz oddalę się od ułamków i czas na mały relaks. Ta metoda jest przyjemna i lekka. Chodzi tutaj o mnożenie przez liczbę składającą się z samych 9. Od czynnika odejmuję 1, a wynik odejmuję od czynnika składającego się z samych 9. Zestawiam obydwa wyniki.

Przykład 1:

23×99 ← Iloczyn

$23 - 1 = 22$ ← Od pierwszego czynnika odejmuję 1 (bo 100-99=1)

$99 - 22 = 77$ ← Wynik odejmuję od drugiego czynnika.

22 77 ← Wynik końcowy to zestawienie wyniku pierwszej różnicy zwynikiem drugiej.

Wynik: 2277

Przykład 2:

7×99

$7 - 1 = 6$

$99 - 6 = 93$

6 93

Wynik: 693

Jest jeden przypadek, kiedy trzeba trochę zmodyfikować metodę, a właściwie gdy mnożymy liczbę większą pod względem ilości cyfr przez liczbę składającą się z mniejszej ilości 9. Wtedy od pierwszego czynnika odejmuję liczbę, która jest sumą najbardziej wysuniętej na lewo cyfry tego czynnika i 1, następnie cyfrę jedności odejmuję od 10.

Przykład 3:

523×9 ← Iloczyn

$523 - (52+1) = 470$ ← Od pierwszego czynnika odejmuję 1 (bo 100-99=1) oraz liczbę złożoną z jego cyfr setek i dziesiątek

$10 - 3 = 7$ ← Dziewięć zaokrąglam do 10 i odejmuję cyfre jedności pierwszego czynnika

470 7 ← Wynik końcowy to zestawienie wyniku pierwszej różnicy zwynikiem drugiej.

Wynik: 4707

16. Wszystkie mnożniki

ang: All the multipliers
ind: Gunakasamuchyah

To już ostatnia rozpisana przeze mnie sutra służy do weryfikacji wielomianów, czynników i równań, i różnych działań z niewiadomą lub nawet wzorów skróconego mnożenia. Chodzi o to, by usunąć wszystkie niewiadome i zmienne, by zostały same współczynniki (liczby). Po lewej i prawej stronie równania obliczam zgodnie z zasadami rozwiązywania działań. Jeżeli prawa i lewa strona są równe, oznacza, że wszystko pasuje.

Przykład 1:

$$(x-5)(x-5)=x^2-10x+25$$

Druga potęga nawiasu=równanie kwadratowe

$$(1-5)(1-5)=1-10+25$$

Sprawdzam, czy dobrze wykonałam skrócone mnożenie, odejmując wszystkie *x*

$$-4\times(-4)=16$$

$$16=16$$

Lewa strona=Prawa strona, czyli dobrze mi poszło

17. Zakończenie i kilka słów od autorki.

Matematyka wedyjska nie jest trudna, tak jak na pierwszy rzut oka może się wydawać. Oczywiste jest, że po pierwszym przeczytaniu może być mały kłopot. Ja studiowałam te metody przez 4 tygodnie zanim zaczęłam pisać referat. Większość metod odnosi się do mnożenia i potęgowania. Dlaczego? Jest tak, ponieważ w każdym dziale matematyki jest mnożenie, a ludzie musieli szukać szybkich sposób, kiedy nie było kalkulatorów. W 16 manuskryptach, które zaginęły bezpowrotnie, na pewno było dużo więcej metod. Może były opisane sposoby na dzielenie i pierwiastkowanie, a może nawet podnoszenie „dużych" liczb do potęgi o większym wykładniku niż 2? Albo nawet ujemnym? Można sobie gdybać, ale nie wykluczone, że kogoś zainteresuje mój referat i postanowi odkryć więcej. Skoro był jeden człowiek, który wszystko opisał, znajdzie się więcej takich ludzi jak autor wedów.

Mam nadzieję, że dobrze pokazałam wielkość człowieka, którym był Sri Bharati Krsna Tirthaj. Jego umysł oddany był harmonii oraz był „czysty" co pozwoliło mu na przedstawienie tego wszystkiego na wedach. Nie wątpię, że gdyby każdy matematyk uczył według jego zasad, to problem z matematyką zmniejszyłby się wśród młodzieży. Tutaj chciałabym przytoczyć cytat Alberta Einsteina: „*Nauka w szkołach powinna być prowadzona w taki sposób, aby uczniowie uważali ją za cenny dar, a nie za ciężki obowiązek"*, ponieważ uważam, że w większości szkół tak nie jest. Lubię się sama uczyć, gdy nikt mi nie narzuca sposobu myślenia. Matematyka wedyjska jest w sam raz dla mnie. Za każdym razem robiąc zadania, nawet te trudniejsze, robiłam je metodą „na logikę" i na „chłopski rozum". Udzielam korepetycji i uczę w ten sposób swoich uczniów, którzy w szybkim tempie poprawiają oceny. Wierzę, że uda mi się wpleść coś z wedów w moje lekcje. Jestem bardzo zafascynowana tym odkryciem i wdzięczna organizatorom za umieszczenie tego tematu na spisie, w innym wypadku nigdy był o tym nie usłyszała.

*Najpiękniejszą rzeczą, jakiej możemy doświadczyć jest oczarowanie tajemnicą.
Jest to uczucie, które stoi u kolebki prawdziwej sztuki i prawdziwej nauki. Ten, kto go nie zna i nie potrafi się dziwić, nie potrafi doznawać zachwytu, jest martwy, niczym zdmuchnięta świeczka.*

Albert Einstain

18. Strony z których korzystałam.

- http://www.vedicmaths.org/introduction/history/the-life-of-sri-bharati-krsna-tirthaji
- http://www.momscribe.com/2010/10/what-is-vedic-maths.html
- http://pl.wikipedia.org/wiki/Matematyka_wedyjska
- http://adamklimowski.pl/matematyka-wedyjska.html