

Odpowiedzi i schematy oceniania

Arkusz 1

Zadania zamknięte

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	B.	Jedyną liczbą pierwszą w danym przedziale jest 37.
2.	C.	Po rozszerzeniu danych ułamków otrzymujemy: $\frac{22}{26} < \frac{23}{26} < \frac{24}{26}$.
3.	D.	$9^{\log_3 16} = 3^{2 \log_3 16} = 3^{\log_3 256} = 256$
4.	A.	$ x < 6 \Leftrightarrow x > -6 \wedge x < 6 \Leftrightarrow x \in (-6, 6)$
5.	D.	$\bigwedge_{x \in R} x \geq 0$, stąd $\bigwedge_{x \in R} - x \leq 0$. Zatem jedynie liczba 0 nie spełnia danej nierówności.
6.	B.	Wyrażenie z przykładu B można zapisać w postaci: $\frac{x-5}{(x-5)^2}$.
7.	B.	$(x+3)(x-7) = 0 \Leftrightarrow x+3 = 0 \vee x-7 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 7$
8.	A.	$6 - 2m > 0 \Rightarrow -2m > -6 \Rightarrow m < 3$
9.	B.	$x_w = -\frac{12}{6} \Rightarrow x_w = -2$
10.	A.	$y_w = f(3) = 18$
11.	C.	Wykres funkcji $y = \frac{2}{x}$ został przesunięty o 3 jednostki w dół, zatem zbiorem wartości funkcji jest $R \setminus \{-3\}$.
12.	C.	$f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{3}$
13.	D.	$n^2 - 25 < 0 \Rightarrow n \in (-5, 5)$, ale jedynie liczby 1, 2, 3, 4 z wyznaczonego przedziału są naturalne dodatnie.
14.	D.	$190 = 3 + (n-1) \cdot 5 \Rightarrow 5n = 192 \Rightarrow n = \frac{192}{5} \notin N_+$
15.	A.	$q = \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \Rightarrow q = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{-1} \Rightarrow q = -\sqrt{2} - \sqrt{3}$
16.	A.	Przeciwprostokątna $c = 26$, najmniejszy kąt α leży naprzeciwko

		najkrótszego boku, zatem $\sin \alpha = \frac{10}{26}$.
17.	D.	$\sin 20^\circ \cos 70^\circ + \cos 20^\circ \sin 70^\circ - \operatorname{tg} 10^\circ \operatorname{tg} 80^\circ =$ $= \sin 20^\circ \sin 20^\circ + \cos 20^\circ \cos 20^\circ - \operatorname{tg} 10^\circ \operatorname{ctg} 10^\circ = 1 - 1 = 0$
18.	C.	$ \angle BCD = 90^\circ \Rightarrow \angle BDC = 66^\circ \Rightarrow \angle BAC = 66^\circ$, gdyż kąty BAC i BDC są kątami wpisanymi w okrąg opartymi na tym samym łuku.
19.	B.	$ \angle ABC = \frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ \Rightarrow \angle DAB = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$
20.	A.	Boki trójkąta można zapisać w postaci $3\sqrt{2}, 5\sqrt{2}, 6\sqrt{2}$, zatem proporcjonalne do nich są boki trójkąta z przykładu A.
21.	B.	$a, a\sqrt{3}, a\sqrt{3}$ – odpowiednio krawędź sześcianu, przekątna ściany i przekątna sześcianu $a\sqrt{3} = a\sqrt{2} + 2 \Rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \Rightarrow a = 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$
22.	B.	Ostrosłup ma więc 6 krawędzi bocznych i 6 krawędzi podstawy, ma zatem 6 ścian bocznych i podstawę.
23.	A.	r, h, v – odpowiednio promień podstawy, wysokość i objętość ostrosłupa przed zmianami, R, H, V – odpowiednio promień podstawy, wysokość i objętość ostrosłupa po zmianach, $R = 3r, H = \frac{1}{3}h, V = \pi \cdot 9r^2 \cdot \frac{1}{3}h = 3\pi r^2 h = 3v$
24.	A.	$\frac{7+11+13+17+19+23}{6} = 15$
25.	B.	$\overset{=}{\Omega} = 52, \overset{=}{A} = 16$, gdyż suma zbioru króli i kierów jest zbiorem szesnastoelementowym.

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
---------------	--------------------------------------	----------------

26.	Wyznaczenie pierwiastków trójmianu: $x_1 = -\frac{1}{4}, x_2 = \frac{1}{5}$.	1
	Rozwiązanie nierówności: $x \in \left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{5}\right)$.	1
27.	Zapisanie prawej strony równania w postaci iloczynowej: $(x^2 - 9)(x + 5) = 0$.	1
	Wyznaczenie pierwiastków równania: $x_1 = -3, x_2 = 3, x_3 = -5$.	1
28.	Obliczenie przeciwprostokątnej trójkąta ABC : $c = 26$ i obwodu trójkąta ABC : 60.	1
	Obliczenie skali podobieństwa: $k = \frac{3}{2}$ i obwodu trójkąta KLM : $O = 90$.	1
29.	Zapisanie równania wynikającego z twierdzenia o logarytmach: $\log_{121} 5\sqrt{5} = \frac{\log_5 5\sqrt{5}}{\log_5 121} \Rightarrow \log_{121} 5\sqrt{5} = \frac{\frac{3}{2} \log_5 5}{2 \log_5 11}$	1
	Wykazanie tezy zadania: $\log_{121} 5\sqrt{5} = \frac{3}{4a}$.	1
30.	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} a_1 + 2r = 10 \\ a_1 + 6r = 42 \end{cases}$.	1
	Rozwiązanie układu równań: $\begin{cases} a_1 = -6 \\ r = 8 \end{cases}$.	1
31.	Zapisanie zależności między liczbą zadań rozwiązywanych jednego dnia x i liczbą dni y : $xy = 448$.	1
	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} xy = 448 \\ (x + 4)(y - 2) = 448 \end{cases}$.	1
	Zapisanie równania z jedną niewiadomą x lub y : $(x + 4) \left(\frac{448}{x} - 2 \right) = 448$.	1
	Rozwiązanie układu: $x = 28, y = 16$.	1
32.	Wyznaczenie równania prostej AB : $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.	1
	Wyznaczenie równania prostej, w której zawarty jest bok	2 (1 punkt za

	$BC : y = -2x + 17 .$	współczynnik kierunkowy i 1 za pozostałe obliczenia)
	Wyznaczenie długości boku kwadratu: $ AB = 2\sqrt{5} .$	1
	Zapisanie układu równań z dwiema niewiadomymi $C = (x, y)$: $\begin{cases} y = -2x + 17 \\ \sqrt{(x-7)^2 + (y-3)^2} = 2\sqrt{5} . \end{cases}$	1
	Rozwiązanie układu równań i podanie odpowiedzi: $C = (5,7) \vee C = (9,-1) .$	1
33.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami lub wprowadzenie dokładnych oznaczeń: a, h – odpowiednio krawędź podstawy i wysokość ostrosłupa, α – kąt między ścianą boczną a płaszczyzną podstawy ostrosłupa, $V = \frac{1}{3} a^2 h .$	1
	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} \frac{1}{3} a^2 h = 48 \\ \frac{2h}{a} = \frac{4}{3} \end{cases} .$	1
	Wyznaczenie $a, h : a = 6, h = 4 .$	1
	Wyznaczenie wysokości ściany bocznej: $H = 5 .$	1
	Wyznaczenie pola powierzchni bocznej ostrosłupa: $P_b = 60 .$	1